Ejercicio 01: Modelación de una pandemia

Como primer ejercicio, vamos a aplicar los métodos que aprendimos en la clase a un problema actual, la modelación de una pandemia. Obviamente, el modelo que conoceremos aquí es una simplificación y la realidad va a ser más compleja y diferente, también los parámetros utilizados aquí estan solo ejemplos.

Consideramos en lo siguiente el modelo S-I-R en la epidemiología. En este modelo, se considera tres poblaciones: Un número de personas S que estan susceptibles al virus, un número de personas I que estan infectadas, y un número de personas R que se recuperaron o que se murieron. En caso de recuperación, se supone que las personas tengan inmunidad con respecto al virus. Para distinguir ambos grupos, podemos introducir el número de personas recuperadas R_1 y el número de personas R_2 que se murieron. La proporción $R_2/(R_1+R_1)$ describa la mortalidad M. El número total de personas es $N=S+I+R$, y debe ser constante.

El sistema de ecuaciones diferenciales que describe la evolución es dado en la siguiente forma:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N}, \tag{1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \tag{2}$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I. \tag{3}$$

Aquí el parámetro $\beta = T_c^{-1}$ depende del tiempo T_c, el tiempo promedio entre un encuentro de personas, y se supone que cada encuentro causa una infección (eso se puede relajar e introducir un parametro de probabilidad también). El parámetro $\gamma = T_r^{-1}$ es el tiempo necesario para recuperación T_r.

a) Soluciona el sistema de ecuaciones diferenciales con $N = 10000000$, $R = 0$, $I = 1$, $S = N - 1$, $T_c = 5$ días y $T_r = 14$ días con el método de Euler, con un paso constante del tiempo $\Delta t = 0.1$ días. Haga un plot de la solución, mostrando S, I y R como función del tiempo. También puede calcular R_1 y R_2 como función del tiempo, suponiendo que $M = 0.001$. Para averiguar la calidad de la solución, haga un plot de $S + I + R$ como función del tiempo. ¿Esta conservada este número?

5 puntos

b) Ahora soluciona el mismo sistema con el método de Euler-Richardson, con un paso constante del tiempo $\Delta t = 0.1$ días. Muestra la solución y haga un plot de $S+I+R$ como función del tiempo. ¿Esta conservada este número?

5 puntos

c) ¿Qué son los ventajes y desventajes de este modelo? ¿Qué son simplificaciones que quizas no corresponden a la realidad? ¿Cómo se puede hacerlo más realista?

5 puntos

Entregar tareas: Se debe entregar la tarea hasta el 10.05.2020 a dschleicher@astro-udecc. La tarea debe incluir el código, los plots y una respuesta a los preguntas todo compilado en un solo documento.