Ejercicio 02: Modelación de una pandemia (parte 2)

Ahora tratamos a mejorar nuestro modelo para aplicarlo al desarrollo en una comunidad. No queremos predecir el número de muertos, pero trataremos determinar el número de camas necesarias en el hospital de la comunidad, y tratamos conectar con el número de casos confirmados por tests.

Para eso, introducimos unas pequñas modificaciones en el modelo S-I-R en la epidemiología. Recordamos que hay un número de personas S que estan susceptibles al virus, un número de personas I que estan infectadas, y un número de personas R que se recuperaron o que se murieron. El número total de personas es $N = S + I + R$, y debe ser constante (se supone que no haya personas que van a egresar o ingresar a la comunidad).

El sistema de ecuaciones diferenciales que describe la evolución tiene todavía la siguiente forma:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N}, \tag{1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \tag{2}$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I. \tag{3}$$

Todavía el parámetro $\beta = T_c^{-1}$ depende del tiempo T_c, el tiempo promedio entre un encuentro de personas, y se supone que cada encuentro causa una infección (eso se puede relajar e introducir un parametro de probabilidad también). El parámetro $\gamma = T_r^{-1}$ es el tiempo necesario para recuperación T_r.

a) Suponemos que solo una cierta cantidad de personas con infecciones confirmadas. Eso puede ser por la disponibilidad de los tests, o también por no mostrar síntomas. Este número de personas positivas sea P. En principio no sabemos la relación correcta entre I y P, pero sabemos en el momento una ratio fija $\alpha = I/P$. También queremos describir el número de personas de personas C infectadas quienes necesitan una cama en el hospital de la comunidad. Suponemos que haya también una ratio fija $\delta = C/I$.

Supongo que hay un número de personas total $N = 10^5$. Sabemos por tests que el número de personas positivas es $P = 30$. El parámetro α en principio es desconocido, y se debe experimentar con valores de $\alpha = 3, 10, 30$ (mostrar resultados para cada de estos valores). Se supone también que $\delta = 0.05$ y que inicialmente $R = 0$. Suponga también que $T_c = 5$ días y $T_r = 14$ días como en la tarea anterior.

Utilise el método de Euler-Richardson para calcular el número de personas que van a necesitar una cama en el hospital como función del tiempo, para un periodo de 6 semanas.

5 puntos

b) También queremos entender la calidad de la solución obtenida. Utilise diferentes pasos del tiempo $\Delta t = 0.01, 0.03, 0.1, 0.3, 1, 3$ y compare los resultados. ¿Que paso de tiempo se necesita para obtener resultados precisos?

5 puntos

c) Para averiguar los resultados, también implemente un método de Runge-Kutta de una orden más alta (puede ser orden 3 o 4). ¿Explore que paso de tiempo se necesita para obtener resultados precisos.

5 puntos

Entregar tareas: Se debe entregar la tarea hasta el 24.05.2020 a dschleicher@astro-udecc. La tarea debe incluir el código, los plots y una respuesta a las preguntas todo compilado en un solo documento.